

# TITEL MEINER ARBEIT

BACHELORARBEIT

Autor:

Mein Name

Betreuer:

Prof. Dr. Mein Betreuer

Universität Stuttgart

Institut für besonders schöne Bachelorarbeiten



Ein Titelbild mit Quellenangabe

---

# Vorwort

## Eidesstattliche Erklärung

Hier sollte eine kluge Eidesstattliche Erklärung stehen, dass du alles allein gemacht hast et cetera et cetera. Im **ILIAS-Kurs für Abschlussarbeiten** gibt es eine eigene Handreichung zu KI-gestütztem Schreiben, die neben einigen wichtigen Hinweisen zur Nutzung von KI auch eine Vorlage für eine solche Erklärung enthält. Diese kannst du übernehmen oder nach Rücksprache mit deinem Betreuer so anpassen, dass sie zu deiner Arbeit passt.

---

## Danksagung

An erster Stelle dankt man meistens dem Betreuer. Je nach Sentimentalität kann dann auch weiteren Personen aus dem akademischen oder dem privaten Umfeld gedankt werden.

## Widmung

Eine Widmung ist nicht notwendig, aber nett.

## Einführung

Klassischerweise ist die erste Darstellung einer Gruppe, der Studierende der Mathematik bereits im ersten Semester begegnen, die natürliche Darstellung der Symmetrischen Gruppe  $S_n$  als Permutationsmatrizen. Formal liegt hier ein *injektiver* Gruppen-Homomorphismus  $S_n \rightarrow \mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$  vor, was *treue* Darstellung genannt wird. Lässt man die Bedingung der Injektivität weg, erhält man den allgemeinen Begriff der *Darstellung einer Gruppe*. Unmittelbar stellt sich die Frage, wie viele und welche Darstellungen eine gegebene Gruppe – bis auf Isomorphie – zulässt.

Dieser Text bietet zunächst eine Einführung in die Darstellungstheorie von Gruppen. Hierzu werden die Begriffe der *Gruppenalgebra* und des *G-Moduls* erklärt. Es ergibt sich eine 1 : 1-Korrespondenz zwischen *G*-Moduln und Darstellungen der Gruppe *G*. Ein *G*-Modul, der nur triviale Untermoduln hat, wird *einfach* genannt. Ziel des ersten Kapitels ist der Satz von Maschke, der garantiert, dass jede – endlich dimensionale – Darstellung einer endlichen Gruppe sich in einfache Darstellungen zerlegen lässt, sofern die Charakteristik des zugrunde liegenden Körpers hinreichend freundlich ist.

Als mächtiges Werkzeug, um einfache Darstellungen über dem algebraischen Abschluss  $\mathbb{A}$  von  $\mathbb{Q}$  (und damit über  $\mathbb{C}$ , aber warum sollte man sich mit transzendenten Zahlen abgeben?) zu klassifizieren, haben sich hier die *Charaktere* erwiesen. Der Charakter einer Darstellung ist die Abbildung, die jedem Gruppenelement die Spur seiner darstellenden Matrix zuordnet. Es ergibt sich wieder eine 1 : 1-Korrespondenz, diesmal zwischen den irreduziblen Charakteren und den einfachen Darstellungen einer Gruppe. Bis auf Isomorphie gibt es genau so viele einfache Darstellungen wie Konjugiertenklassen in *G*. Diese lassen sich übersichtlich in einer Charaktertafel notieren. Hierzu werden einige Beispiele geliefert.

Zunächst fällt auf, dass die Charaktertafeln der Symmetrischen Gruppen  $S_2$ ,  $S_3$  und  $S_4$ , die hier von Hand berechnet werden, nur ganzzahlige Einträge haben. Diese Erkenntnis wird im Folgenden verallgemeinert.

Beim Betrachten der Charaktertafel der Quaternionengruppe  $Q_8$  fällt ein bestimmter Charakter  $\chi$  auf, der sich speziell verhält. Zwar gilt für jedes  $g \in Q_8$ , dass  $\chi(g) \in \mathbb{Q}$ , aber die zugrunde liegende Darstellung lebt in  $\mathbb{Q}(i)$ . Dies motiviert die Einführung des Schur-Index als Maßstab dafür, wie *rational* ein Charakter im Vergleich zur zugrunde liegenden Darstellung ist.

Außerdem interessant ist eine offene Frage von Walter Feit, die sich mit dem Zusammenhang zwischen der Gruppe und dem Körper, der von den Charakterwerten einer Gruppe erzeugt wird beschäftigt. Sie wird mit Mitteln der Computeralgebra untersucht.

---

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort	1
Kapitel 1. Grundlagen	5
§1.1. Einige Befehle in Aktion	5
§1.2. Wie man kommutative Diagramme bastelt	6
Kapitel 2. Etwas Stilkritik	7
§2.1. Zum Schreibstil	7
§2.2. Zum Formelstil	10
Kapitel 3. Was hier fehlt	13
§3.1. Bibtex	13
Notation	15
Literaturverzeichnis	17



---

## Kapitel 1

# Grundlagen

„Manche sagen, es ist etwas präventios, Zitate in die Bachelorarbeit einzubauen. Ich weise diesen Vorwurf entschieden von mir.“

Moritz Gösling

### 1.1. Einige Befehle in Aktion

Am Anfang eines Abschnitts schreibe ich gerne, nach welcher Literatur ich mich richte, zum Beispiel nach einer Bachelorarbeit [1] oder Geck [2]. Ansonsten sollte deine Arbeit aber immer in Umgebungen wie *Definition*, *Beispiel*, *Lemma* oder *Theorem* gegliedert sein. Eine sehr umfangreiche und überraschend hilfreiche Liste mit nützlichen L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Befehlen findet sich unter <https://de.wikipedia.org/wiki/Hilfe:TeX>

**Bemerkung 1.1.1.** Dieses Dokument funktioniert nur, wenn `stml-1.cls` im selben Dateiverzeichnis liegt, da dies eine `documentclass` ist, die nicht standardmäßig vorhanden ist. Die Datei `stml-1.cls` muss **nicht** bearbeitet werden. Der Inhalt deiner Arbeit landet in dieser `.tex`-Datei.

**Definition 1.1.2.** Befehle wie

- `\begin{rem} ... \end{rem}` für Bemerkungen,
- `\begin{defn} ... \end{defn}` für Definitionen,
- `\begin{exmp} ... \end{exmp}` für Beispiele,
- `\begin{lem} ... \end{lem}` für Lemmata,
- `\begin{thm} ... \end{thm}` für Theoreme,
- `\begin{cor} ... \end{cor}` für Korollare oder auch
- `\begin{conj} ... \end{conj}` für Vermutungen

werden in diesem Dokument verwendet.

**Beispiel 1.1.3.** Es gibt Beispiele in dieser Arbeit.

**Beweis.** Ein Beispiel kann auch bewiesen werden. □

**Lemma 1.1.4.** *Wer den Tag mit einem Lemma beginnt, ist glücklicher!*

**Beweis.** Ein Lemma sollte immer bewiesen werden! Man kann auch Literatur mit Seitenangabe zitieren, zum Beispiel [1, S.42].  $\square$

**Bemerkung 1.1.5.** Wenn man Bemerkungen beweisen würde, wären sie Lemmata.

**Theorem 1.1.6.** (*Satz von Gösling*) Wer den Tag damit beginnt, eine Bemerkung zu beweisen, ist glücklicher.

**Beweis.** Nach Bemerkung 1.1.5 ist eine bewiesene Bemerkung eigentlich ein Lemma (und sollte auch entsprechend gekennzeichnet werden!) und nach Lemma 1.1.4 macht das glücklicher.  $\square$

**Korollar 1.1.7.** Wer nach dem Aufstehen eine Bemerkung beweist, ist glücklicher.

**Beweis.** Dies gilt nach Theorem 1.1.6.  $\square$

**Vermutung 1.1.8.** Beweisen macht glücklich.

**Bemerkung 1.1.9.** Zum Zitieren sei folgendes festgestellt.

- (1) Man sollte in alle Sätze, auch die direkt zuvor genannten, stets ordentlich referenzieren. Dies gilt sowohl in Theorem 1.1.6, als auch im Satz von Gösling (Theorem 1.1.6).
- (2) Es gibt intelligente Päckchen, die das Referenzieren und Zitieren einfacher machen! Dann musst du auch nicht immer *Beispiel* oder *Lemma* dazu schreiben.

## 1.2. Wie man kommutative Diagramme bastelt

In diesem Abschnitt sehen wir `tikz-cd`. Es ist das beste Päckchen für kommutative Diagramme und kurze exakte Sequenzen. Es werden zwei Beispiele aus meiner Bachelorarbeit [1] kopiert.

**Bemerkung 1.2.1.** Sei  $V$  ein  $n$ -dimensionaler  $\mathbb{K}$ -Vektorraum mit Basis  $\mathcal{B}$  und  $V^*$  der Dualraum mit der zu  $\mathcal{B}$  dualen Basis  $\mathcal{B}^*$ . Dann sind die  $\mathbb{K}$ -Algebren  $(\text{End}(V^*), \circ)$  und  $(\text{End}(V), \circ)$  isomorph vermöge des Isomorphismus  $I$ , der sich durch das folgende Diagramm konstituiert.

$$\begin{array}{ccc} (\text{End}(V^*), \circ) & \xrightarrow{I} & (\text{End}(V), \circ) \\ \mathcal{B}^* \downarrow \cong & & \mathcal{B} \downarrow \cong \\ (M_n(\mathbb{K}), \cdot_R) & \xrightarrow{(\cdot)^T} & (M_n(\mathbb{K}), \cdot_L) \end{array}$$

Hierbei bezeichne  $\cdot_L$  die Matrixmultiplikation von Links und  $\cdot_R$  die von Rechts.

**Bemerkung 1.2.2.** Dieser Abschnitt verwendet kurze exakte Sequenzen. Sei  $I = \{1, \dots, n\}$ . Eine Familie von Objekten  $(O_i)_{i \in I}$  und Morphismen  $(O_i \xrightarrow{\mu_i} O_{i+1})_{i \in I \setminus \{n\}}$  heißt *Sequenz*. Im Folgenden werden die Objekte Moduln und die Morphismen Modul-Homomorphismen sein. Wenn für ein  $i \in I \setminus \{1, n\}$  gilt, dass  $\text{Im}(\mu_{i-1}) = \text{Ker}(\mu_i)$ , heißt die Sequenz *exakt an der Stelle  $i$* . Ist eine Sequenz an jeder Stelle  $i \in I \setminus \{1, n\}$  exakt, so heißt die gesamte Sequenz *exakt*. Gilt zusätzlich  $n = 5$  und  $O_1 = O_5 = 0$ , so folgt, dass  $\mu_1 = \mu_5 = 0$  und die Sequenz heißt *kurze exakte Sequenz*. Die Exaktheit in den Punkten 2 und 4 ist dann dazu äquivalent, dass  $\mu_2$  injektiv und  $\mu_3$  surjektiv ist.  $O_1$  und  $O_5$  sowie  $\mu_1$  und  $\mu_4$  werden in der Notation dann ausgelassen. Zusammengefasst erhält man eine Sequenz

$$O_2 \xrightarrow{\mu_2} O_3 \xrightarrow{\mu_3} O_4,$$

wobei  $\mu_2$  injektiv und  $\mu_3$  surjektiv ist, sowie  $\text{Im}(\mu_2) = \text{Ker}(\mu_3)$ .

---

## Kapitel 2

# Etwas Stilkritik

„Außerdem wird auch eine wissenschaftliche Arbeit nicht dadurch gelehrter, dass man *adult* statt ausgewachsen, *juvenil* statt jugendlich und ähnliches sagt.“

Bernhard Grzimek in *Auf den Mensch gekommen, Erfahrungen mit Leuten*

### 2.1. Zum Schreibstil

Dieser Abschnitt behandelt vor allem meine eigene Meinung, von der ich allerdings sehr viel halte. Beispiele guten und schlechten Stils finden sich in meiner Bachelorarbeit [1], wobei die Einordnung dem Leser überlassen ist.

**Bemerkung 2.1.1.** Bevor du deine Bachelorarbeit beginnst, solltest du dir überlegen, ob du in einem eher persönlichen oder einem eher unpersönlichen Stil schreiben willst. Bei dieser Entscheidung solltest du dann bleiben.

**Beispiel 2.1.2.** Meine Bachelorarbeit [1] ist in *unpersönlichem Stil* geschrieben. Es folgt nun Bemerkung 1.2.2 in *persönlichem Stil*. Die Änderungen sind **gefettet**.

In diesem Abschnitt **verwenden wir** kurze exakte Sequenzen. Sei  $I = \{1, \dots, n\}$ . Eine Familie von Objekten  $(O_i)_{i \in I}$  und Morphismen  $(O_i \xrightarrow{\mu_i} O_{i+1})_{i \in I \setminus \{n\}}$  **nennen wir eine Sequenz**. Im Folgenden werden **wir als** Objekte Moduln und **als** Morphismen Modul-Homomorphismen **betrachten**. Wenn für ein  $i \in I \setminus \{1, n\}$  gilt, dass  $\text{Im}(\mu_{i-1}) = \text{Ker}(\mu_i)$ , **nennen wir** die Sequenz *exakt an der Stelle  $i$* . Ist eine Sequenz an jeder Stelle  $i \in I \setminus \{1, n\}$  exakt, so **nennen wir** die gesamte Sequenz *exakt*. Gilt zusätzlich  $n = 5$  und  $O_1 = O_5 = 0$ , so folgt, dass  $\mu_1 = \mu_5 = 0$  und **wir nennen** die Sequenz **eine kurze exakte Sequenz**. Die Exaktheit in den Punkten 2 und 4 ist dann dazu äquivalent, dass  $\mu_2$  injektiv und  $\mu_3$  surjektiv ist.  $O_1$  und  $O_5$  sowie  $\mu_1$  und  $\mu_4$  **lassen wir** in der Notation dann aus. Zusammengefasst **erhalten wir** eine Sequenz

$$O_2 \xrightarrow{\mu_2} O_3 \xrightarrow{\mu_3} O_4,$$

wobei  $\mu_2$  injektiv und  $\mu_3$  surjektiv ist, sowie  $\text{Im}(\mu_2) = \text{Ker}(\mu_3)$ .



**Bemerkung 2.1.3.** Mein Schreibstil folgt dem von manchen als unnatürlich empfundenen Schema *Erst Bedingung, dann Definition*.

**Beispiel 2.1.4.** Es folgt nun Bemerkung 1.2.2 in Schema *Erst Definition, dann Bedingung*. Die Änderungen sind **gefettet**.

Dieser Abschnitt verwendet kurze exakte Sequenzen. Sei  $I = \{1, \dots, n\}$ . **Eine Sequenz** ist eine Familie von Objekten  $(O_i)_{i \in I}$  und Morphismen  $(O_i \xrightarrow{\mu_i} O_{i+1})_{i \in I \setminus \{n\}}$ . Im Folgenden werden die Objekte Moduln und die Morphismen Modul-Homomorphismen sein. **Eine Sequenz heißt exakt an der Stelle  $i \in I \setminus \{1, n\}$** , wenn gilt, dass  $\text{Im}(\mu_{i-1}) = \text{Ker}(\mu_i)$ . Eine Sequenz **heißt exakt, falls sie an jeder Stelle  $i \in I \setminus \{1, n\}$  exakt ist**. **Die Sequenz heißt kurze exakte Sequenz, falls** zusätzlich  $n = 5$  und  $O_1 = O_5 = 0$  gilt. **Es** folgt, dass  $\mu_1 = \mu_5 = 0$ . Die Exaktheit in den Punkten 2 und 4 ist dann dazu äquivalent, dass  $\mu_2$  injektiv und  $\mu_3$  surjektiv ist.  $O_1$  und  $O_5$  sowie  $\mu_1$  und  $\mu_4$  werden in der Notation dann ausgelassen. Zusammengefasst erhält man eine Sequenz

$$O_2 \xhookrightarrow{\mu_2} O_3 \twoheadrightarrow_{\mu_3} O_4,$$

wobei  $\mu_2$  injektiv und  $\mu_3$  surjektiv ist, sowie  $\text{Im}(\mu_2) = \text{Ker}(\mu_3)$ .

**Bemerkung 2.1.5.** Formeln gehören übrigens zum Satz. Daher gehören Satzzeichen zu Formeln und es gilt

$$e = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}.$$

Ebenso gehören aufzählende Kommata und Wörter wie *und* in Formelumgebungen, wie man an den Aussagen

$$\begin{aligned} e^{i\pi} &= -1, \\ 2\pi &= \tau \text{ und} \\ e^{i\tau} &= 1 \end{aligned}$$

leicht erkennen kann.

**Bemerkung 2.1.6.** Einen Satz sollte man nicht mit einem mathematischen Objekt beginnen, weil uns sonst die Groß- und Kleinschreibung verwirrt.  $n$  ist eine natürliche Zahl. Besser: Die Zahl  $n$  ist natürlich. Und  $n$  wird *natürlich* immer klein geschrieben. Es sei denn, man meint die Zahl  $N$ .  $N$  am Satzanfang ist nicht ganz so schlimm, weil  $N$  ja schon groß ist. Nichtsdestotrotz sollte man das vermeiden und einen Satz nicht mit  $N$  beginnen.

**Bemerkung 2.1.7.** Wir sollten noch über die `enumerate`-Umgebung reden. Klar, du *könntest* auch einfach deine `items` in deiner `itemize`-Umgebung benennen, aber viel einfacher geht es so.

- (1) Eins.
- (2) Zwei.
- (3) Drei.

Die Art der Numerierung kannst du jederzeit ändern, zum Beispiel mit dem folgenden Befehl.

```
\renewcommand{\labelenumi}{\roman{enumi}}
```

Das Ergebnis sieht dann so aus.

- i Eins.
- ii Zwei.
- iii Drei.

Und das ganze kann auch wieder rückgängig gemacht werden, nämlich mit

```
\renewcommand{\labelenumi}{(\theenumi)}
```

und dem folgenden Ergebnis.

- (1) Eins.
- (2) Zwei.
- (3) Drei.

Genauere Informationen findest du unter

<https://www.namsu.de/Extra/befehle/Auflistungen.html>.



**Abbildung 1.** Graf Zahl (im Original *Count von Count*) zu Bemerkung 2.1.7

**Bemerkung 2.1.8.** Den Aufbau der Arbeit besprichst du am besten mit deinem Betreuer. Ich habe nur folgende Anmerkungen.

- (1) Ich habe versucht, meine Einführung so zu schreiben, dass jeder, der schon mal eine Algebra-Vorlesung von innen gesehen hat, sie verstehen sollte. Ob mir das gelungen ist, kannst du selbst beurteilen. Meine Einführung bietet außerdem einen roten Faden, an den sich die Arbeit hoffentlich gehalten hat.
- (2) Was nicht selbstverständlich, aber eine nette Geste gegenüber dem Leser ist und außerdem etwas her macht, ist ein kleines Kapitel über Notation, drum habe ich es in diese Vorlage übernommen.
- (3) Eine Rückseite musst du nicht unbedingt gestalten, da das nette Team im *Kopierlädle* von *stuvus* dir eigentlich eine feste Rückseite bindet. Wenn du aber eine gute Idee für eine Rückseite hast, lassen sie auch mit sich reden und basteln dir deinen Druck so, dass das klappt.

**Bemerkung 2.1.9.** Etwas, was mich (und nur mich) an mathematischen Texten ärgert, ist das Wort *besitzen*. Mathematische Objekte sind keine Rechtspersonen, sie können nichts besitzen. Was hält dich davon ab, einfach *haben* zu schreiben? Ist es wirklich so schwer?

**Beispiel 2.1.10.** Die Funktion

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto x^2 \end{aligned}$$

hat einen Tiefpunkt an der Stelle  $x = 0$ .

## 2.2. Zum Formelstil

Hier habe ich ein paar Dinge notiert, zu denen es unterschiedliche Meinungen geben kann.

**Bemerkung 2.2.1.** Meiner Auffassung nach sollten Definitionen von Funktionen immer so ausgerichtet werden, dass die Pfeile übereinander stehen. Der Leser kann dann die Elemente links vom Zuordnungspfeil  $\mapsto$  assoziieren mit der Menge links vom Abbildungspfeil  $\longrightarrow$ . Manchmal machen solche Definitionen einen *schrägen* Eindruck.

**Beispiel 2.2.2.** Die Definition

$$\begin{aligned} T(f) : M &\longrightarrow N \\ m &\longmapsto \sum_{g \in G} g^{-1} \cdot f(g \cdot m) =: T(f)(m) \end{aligned}$$

macht einen etwas schrägen Eindruck, ist aber bestens lesbar. Das Element  $m$  gehört zu  $M$  und  $T(f)(m)$  gehört zu  $N$ .

**Bemerkung 2.2.3.** Unterschiedliche Auffassungen kann man auch zu Klammersymbolen haben. Hierfür liefert L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X praktische Befehle wie `\left(` und `\right)`. Ich halte diese aber für etwas klobig und verwende stattdessen die manuellen Größen `\big(` und `\big)`.

**Beispiel 2.2.4.** Hier ist der Unterschied gut zu erkennen. Es gilt

$$\left( \sum_{k=0}^{\infty} x_k^p \right)^{\frac{1}{p}} = \left( \sum_{k=0}^{\infty} x_k^p \right)^{\frac{1}{p}}.$$

**Bemerkung 2.2.5.** Obwohl wir in den ersten Semestern so fleißig Symbole wie

$$\exists, \forall, \neg, \vee, \wedge, \implies \text{ und } \iff$$

gelernt haben, sollten diese in einer Bachelorarbeit nicht auftauchen. Stattdessen solltest du sie ausschreiben. Aus  $\forall x \exists y : x < y$  wird dann der folgende Satz. *Für alle  $x$  existiert ein  $y$  sodass*

$$x < y.$$

In vielen mathematischen Texten findet sich außerdem die Sünde des *nachgestellten Quantors*. Zum Beispiel könnte man den obigen Satz wie folgt umschreiben. *Es existiert ein  $y$  sodass*

$$x < y \text{ für alle } x.$$

Eine andere Möglichkeit wäre folgender Satz. *Für alle  $x$  gilt*

$$x < y \text{ für ein } y.$$

Letzterer Satz klingt *richtiger*, aber du merkst, dass der Satz uneindeutig wurde.

Meinte ich nun

- $\forall x \exists y : x < y$  oder
- $\exists y \forall x : x < y$ ?

Eine *mögliche* Regel wäre, dass *nur der letzte* Quantor nachschiebbar ist. Das würde in der Tat den ersten Satz disqualifizieren. Nichtsdestotrotz empfehle ich, diese Unsitte einfach zu unterlassen und alle Quantoren vorher zu nennen.

**Beispiel 2.2.6.** Schöne Tabellen können leicht erstellt werden, indem man auf einige Trennstriche verzichtet. Eine Charaktertafel sieht zum Beispiel so aus.

$C_{S_4}$	id	(1, 2)	(1, 2, 3)	(1, 2)(3, 4)	(1, 2, 3, 4)
$\chi_1$	1	1	1	1	1
$\chi_2$	1	-1	1	1	-1
$\chi_3$	2	0	-1	2	0
$\chi_4$	3	1	0	-1	-1
$\chi_5$	3	-1	0	-1	1

**Bemerkung 2.2.7.** Code kann zum Beispiel in der **Verbatim**-Umgebung notiert werden. Hierzu verwenden wir das Päckchen **fancyvrb**.

**Beispiel 2.2.8.** Jeder irreduzible Charakter aus der *GAP Character Table Library* [4] ist ein Feit-Charakter.

**Beweis.** Mit folgendem GAP[3]-Programm erhält man eine Liste **feitcharacters**, die den Wert **false** enthielte, wäre ein Charakter aus der *Library* nicht feitsch.

```
feitcharacters := [];
for tablename in AllCharacterTableNames() do;
  Add(feitcharacters, tablename);
  tbl := CharacterTable( tablename );
  fields := [];
  for o in OrdersClassRepresentatives( tbl ) do;
    Add(fields, CF( o ));
  od;
  for x in Irr(tbl) do;
    Add(feitcharacters, x);
    feit := CF(x) in fields;
    Add(feitcharacters, feit);
  od;
od;
```

Dies ist nicht der Fall. □

**Bemerkung 2.2.9.** In meiner Arbeit habe ich Funktionen oft in einem an Kategorientheorie angelehnten Stil notiert, zum Beispiel

$$V \xrightarrow{f} V.$$

Wenn man das auf die Spitze treiben will, kann man auch hierfür eine `tikzcd`-Umgebung verwenden.

$$V \xrightarrow{f} V$$

Diese Schreibweise funktioniert allerdings nur dann gut, wenn keine Abbildungsvorschrift vorliegt. Andernfalls schreibe ich Funktionen wie in Beispiel 2.2.2 ganz normal aus. Im Sinne der Einheitlichkeit könnte man sich auf diese Schreibart beschränken.

**Bemerkung 2.2.10.** Auch wenn dein `TeX`-Code kompiliert, ist es hilfreich, sich Warnungen anzuschauen. Es sollte dein Anspruch sein, ein Dokument zu schreiben, das keine Warnungen hervorbringt. Beim Schreiben dieser Vorlage habe ich zum Beispiel gelernt, wie man Code in der Zeile notiert. Der Befehl `\texttt{}` funktioniert nämlich nicht sehr gut mit umgekehrten Schrägstrichen und gibt uns eine Warnung.

---

## Kapitel 3

# Was hier fehlt

„Sie steigen in den Hauptbahnhof ein.“

Edmund Stoiber in der *Transrapid-Rede*

### 3.1. Bibtex

Anstatt Bibtex zu verwenden, habe ich die Bibliographie in der selben T<sub>E</sub>X-Datei wie den Text.

**Beispiel 3.1.1.** In dieser Vorlage werden Quellen wie folgt angegeben.

```
\begin{thebibliography}{131}

\bibitem{RfC}
{\sc M. Gösling}, \textit{Rationalitätsfragen für Charaktere},
IDSR, Universität Stuttgart, 2021.

\bibitem{MG}
{\sc M. Geck}, \textit{Algebra: Gruppen, Ringe, Körper},
edition delkhofen, Nachdruck 2016.

\bibitem{GAP}
{\sc The GAP~Group}, \textit{GAP -- Groups, Algorithms, and Programming},
Version 4.11.1, 2021,\\
\url{https://www.gap-system.org}.

\bibitem{GTL}
{\sc T. Breuer}, \textit{GAP Character Table Library},
Version 1.3.2, 2021,\\
\url{http://www.math.rwth-aachen.de/~Thomas.Breuer/ctbllib}

\end{thebibliography}
```

**Vermutung 3.1.2.** Vermutlich lässt sich Bibtex in diese Vorlage integrieren.



---

# Notation

## Einige Räume

$\langle v_1, \dots, v_n \rangle$	Von den Vektoren $v_1, \dots, v_n$ erzeugter Untervektorraum.
$\text{Hom}(V, W)$	Vektorraum der linearen Abbildungen $V \longrightarrow W$ .
$\text{End}(V)$	Algebra der linearen Abbildungen $V \longrightarrow V$ .
$M_n(R)$	Algebra der quadratischen $n \times n$ -Matrizen mit Einträgen in $R$ .
$\text{GL}(V)$	Gruppe der bijektiven linearen Abbildungen $V \longrightarrow V$ .
$\text{GL}_n(\mathbb{K})$	Gruppe der invertierbaren $n \times n$ -Matrizen.
$\mathbb{K}^X$	Vektorraum der Abbildungen $X \longrightarrow \mathbb{K}$ .
$\mathbb{K}[G]$	Gruppenalgebra von $G$ über $\mathbb{K}$ .
$V^*$	Dualraum $\text{Hom}(V, \mathbb{K})$ zu $V$ .
$0$	Der Nullvektorraum $\{0\}$ .

## Im Kontext von Abbildungen

$O_1 \longrightarrow O_2$	Ein Morphismus von $O_1$ nach $O_2$ .
$O_1 \hookrightarrow O_2$	Ein injektiver Homomorphismus von $O_1$ nach $O_2$ .
$O_1 \twoheadrightarrow O_2$	Ein surjektiver Homomorphismus von $O_1$ nach $O_2$ .

## Im Kontext von Gruppen

$g.x$	Operation des Elements $g \in G$ auf $x \in X$ .
$\text{o}(g)$	Ordnung eines Gruppenelements $g \in G$ .
$C(g)$	Konjugiertenklasse eines Gruppenelements $g \in G$ .
$C_G$	Zerlegung von $G$ in Konjugiertenklassen.
$Z(g)$	Zentralisator eines Gruppenelements $g \in G$ .

## Einige Gruppen

$C_n$	Zyklische Gruppe mit $n$ Elementen.
$S_n$	Symmetrische Gruppe.
$Q_8$	Quaternionengruppe.
$V_4$	Kleinsche Vierergruppe.





---

# Literaturverzeichnis

- [1] M. GÖSLING, *Rationalitätsfragen für Charaktere*, IDSR, Universität Stuttgart, 2021.
- [2] M. GECK, *Algebra: Gruppen, Ringe, Körper*, edition delkhofen, Nachdruck 2016.
- [3] THE GAP GROUP, *GAP – Groups, Algorithms, and Programming*, Version 4.11.1, 2021,  
<https://www.gap-system.org>.
- [4] T. BREUER, *GAP Character Table Library*, Version 1.3.2, 2021,  
<http://www.math.rwth-aachen.de/~Thomas.Breuer/ctbllib>





Rückseitenbild mit Quellenangabe